

# **Онлайн-курс «Элементы теории оптимального управления»**

Сроки: осенний семестр 2023 г.

Преподаватель Сачков Юрий Леонидович ([yusachkov@gmail.com](mailto:yusachkov@gmail.com))

Формат: онлайн

## **Аннотация**

Курс из 10--12 лекций будет посвящен основным вопросам теории оптимального управления: существованию решений и необходимым условиям оптимальности, с изложением необходимого математического фундамента. Курс нацелен на два важнейших результата теории:

- Достаточные условия Филиппова существования оптимального управления,
- Принцип максимума Понтрягина.

Оба результата будут представлены и доказаны в инвариантной геометрической форме, для задач на гладких многообразиях.

Попутно будет изложен важный общематематический материал:

- Измеримые множества и функции, дифференциальные уравнения Карateодори,
- Дифференциальные уравнения на гладких многообразиях,
- Элементы хронологического исчисления Р.В.Гамкрелидзе—А.А.Аграчева,
- Дифференциальные формы,
- Элементы симплектической геометрии.

Курс рассчитан на студентов-математиков и физиков (начиная с 3-го курса) и аспирантов. Предварительные знания теории управления не предполагаются.

Курс является продолжением и углублением онлайн-курса, прочитанного Ю.Л.Сачковым в НОЦ МИАН в 2022 г., однако его можно слушать и независимо. В конце курса планируется экзамен для желающих.

## **Программа курса**

1. Постановка задачи оптимального управления
2. Измеримые множества и функции, дифференциальные уравнения Карateодори
3. Достаточные условия Филиппова существования оптимального управления
4. Дифференциальные уравнения на гладких многообразиях
5. Элементы хронологического исчисления Р.В.Гамкрелидзе—А.А.Аграчева
6. Дифференциальные формы
7. Элементы симплектической геометрии
8. Доказательство принципа максимума Понтрягина на многообразиях: геометрическая форма, задачи оптимального управления с различными граничными условиями.

## **Литература**

- [1] Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. Геометрическая теория управления. – М.: Физматлит, 2005.  
Перевод: Agrachev A.A., Sachkov Yu.L. Control theory from the geometric viewpoint. Springer-Verlag, 2004
- [2] Agrachev, D. Barilari, U. Boscain, A Comprehensive Introduction to sub-Riemannian Geometry from Hamiltonian viewpoint, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Cambridge Univ. Press, 2019
- [3] Сачков Ю.Л. Введение в геометрическую теорию управления. – М.: URSS, 2021, 160 С.  
Перевод: Yu. Sachkov, Introduction to geometric control, Springer Verlag, 2022

Online course "Elements of Optimal Control Theory"

Duration: Fall semester 2023

Teacher: Sachkov Yuri Leonidovich ([yusachkov@gmail.com](mailto:yusachkov@gmail.com))

Format: online

### Abstract

A course of 10-12 lectures will be devoted to the main issues of the theory of optimal control: the existence of solutions and the necessary optimality conditions, with a presentation of the required mathematical foundation. The course focuses on two major results of the theory:

- Sufficient Filippov conditions for the existence of an optimal control,
- Pontryagin's maximum principle.

Both results will be presented and proved in an invariant geometric form for problems on smooth manifolds.

Along the way, important general mathematical material will be presented:

- Measurable sets and functions, Carathéodory differential equations,
- Differential equations on smooth manifolds,
- Elements of chronological calculation R.V.Gamkrelidze—A.A.Agracheva,
- Differential forms,
- Elements of symplectic geometry.

The course is designed for students of mathematics and physics (starting from the 3rd year) and graduate students. No prior knowledge of control theory is assumed.

The course is a continuation and deepening of the online course given by Yu.L. Sachkov in 2022, but it can also be listened to independently. At the end of the course, an exam is planned for those who wish.

### Course program

1. Statement of the optimal control problem
2. Measurable sets and functions, Carathéodory differential equations
3. Sufficient Filippov conditions for the existence of an optimal control
4. Differential equations on smooth manifolds
5. Elements of chronological calculus R.V.Gamkrelidze—A.A.Agrachev
6. Differential forms
7. Elements of symplectic geometry
8. Proof of the Pontryagin maximum principle on manifolds: geometric form, optimal control problems with different boundary conditions.

### Literature

[1] Agrachev A.A., Sachkov Yu.L. Geometric control theory. – M.: Fizmatlit, 2005.

Translation: Agrachev A.A., Sachkov Yu.L. Control theory from the geometric viewpoint. Springer-Verlag. 2004

[2] Agrachev, D. Barilari, U. Boscain, A Comprehensive Introduction to sub-Riemannian Geometry from Hamiltonian viewpoint, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Cambridge Univ. Press, 2019

[3] Sachkov Yu.L. Introduction to geometric control theory. – M.: URSS, 2021, 160 C.

Translation: Yu. Sachkov, Introduction to geometric control, Springer Verlag, 2022