

# ЗАДАЧА БЫСТРОДЕЙСТВИЯ НА ГРУППЕ ДВИЖЕНИЙ ПЛОСКОСТИ С УПРАВЛЕНИЕМ В ПОЛУКРУГЕ

А.П. Маштаков

(Институт программных систем им. А.К. Айламазяна РАН,  
Ярославская область, Переславский район, с. Веськово)

*E-mail address:* alexey.mashtakov@gmail.com

Рассмотрим модель машины на плоскости, в которой машина имеет два параллельных колеса, равноудаленных от центра масс. Оба колеса имеют независимые приводы, которые могут вращаться вперед и назад, так что соответствующее значение колес происходит без проскальзывания. Конфигурация системы описывается тройкой  $q = (x, y, \theta) \in \mathbb{M} = \mathbb{R}^2 \times S^1$ , где  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  — центральная точка, а  $\theta \in S^1$  — угол ориентации машины, совпадающий с направлением колес. Конфигурационное пространство  $\mathbb{M}$  образует группу Ли  $SE(2)$  — группу движений плоскости. Машина имеет два управления: акселератор  $u_1$  и рулевое колесо  $u_2$ .

Динамика задается управляемой системой [1]

$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos \theta, \\ \dot{y} = u_1 \sin \theta, \\ \dot{\theta} = u_2, \end{cases} \quad (x, y, \theta) = q \in SE(2) = \mathbb{M}, \quad u_1^2 + u_2^2 \leq 1, u_1 \geq 0. \quad (1)$$

Система (1) задает модель машины, которая может двигаться вперед и вращаться на месте.

Исследуется задача быстрого действия системой (1). По заданным граничным условиям  $q_0, q_1 \in \mathbb{M}$  требуется найти управления  $u_1(t), u_2(t)$  такие, что соответствующая траектория  $\gamma : [0, T] \rightarrow \mathbb{M}$  переводит систему из начального состояния  $q_0$  в конечное состояние  $q_1$  за минимальное время

$$\gamma(0) = q_0, \quad \gamma(T) = q_1, \quad T \rightarrow \min. \quad (2)$$

В данной постановке управления  $u_i$  принадлежат классу  $L^\infty([0, T], \mathbb{R})$ , а соответствующие траектории  $\gamma$  являются липшицевыми кривыми на  $\mathbb{M}$ .

Оптимальные траектории задачи (1)–(2) используются в обработке изображений для поиска выделяющихся кривых. В частности, такие траектории используются в анализе медицинских изображений при поиске сосудов на фото сетчатки глаза человека. Задача представляет интерес в геометрической теории управления, как модельный пример, в котором множество значений управляющих параметров содержит ноль на границе.

В работе изучен вопрос управляемости и существования оптимальных траекторий. На основе анализа динамики гамильтоновой системы принципа максимума Понтрягина получено описание экстремальных управлений и траекторий. Найден явный вид экстремальных управлений и траекторий. Частично исследован вопрос оптимальности экстремалей. Построена двусторонняя оценка времени разреза. Описана структура оптимального синтеза.

## References

- [1] R. Duits, S.P.L. Meesters, J.-M. Mirebeau, J.M. Portegies, Optimal Paths for Variants of the 2D and 3D Reeds–Shepp Car with Applications in Image Analysis// J. Math. Imaging. Vis., **60** (2018) 816–848.