Субриманова задача Энгеля

Поздняков Г. М
Руководитель: Сачков Ю. Л.

«Современные методы теории информации, оптимизации и управления»

Направление «Геометрическая теория управления»

Университет «Сириус», Сочи-2020

Постановка задачи

Задача оптимального управления

$$\dot{q} = u_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -y/2 \\ 0 \end{pmatrix} + u_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ x/2 \\ \frac{x^2+y^2}{2} \end{pmatrix}, \int_0^{t_1} \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \to min, q \in \mathbb{R}^4, u = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \text{ и}$$

граничными условиями $q(0) = 0, q(t_1) = q_1$

Субриманова задача

Левоинвариантная субриманова задача на $\mathbb{R}^4$ с о/н репером

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -y/2 \\ 0 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ x/2 \\ \frac{x^2+y^2}{2} \end{pmatrix}$$

Мотивировка исследования

От простого к сложному

Нильпотентные субримановы задачи играют фундаментальную роль в субримановой геометрии, так как они доставляют локальную квазиоднородную аппроксимацию общих субримановых задач (например, для системы, описывающей движение мобильного робота с прицепом)

Самая простая из непростых

Простейшая субриманова задача с нетривиальными анормальными экстремальными траекториями (как известно, в трехмерных контактных задачах анормальные экстремальные траектории постоянны). Простейшая инвариантная субриманова задача на нильпотентной группе Ли с несубаналитической субримановой сферой.

Истрия задачи

Результаты полученные Ю. Л. Сачковым и А. А. Ардентовым:

- Параметризация нормальных траектория через функции Якоби
- Множество разреза, его пересечение с акустикой, группа симетрий, стратификация
- Для каждой точки множества разреза известна эластика Эйлера соотвествующая ей
- Описано множество Максвелла, получена точная оценка времени разреза (равно первому времени Максвелла соответствующему симмитриям экспоненциального отображения), структура оптимального синтеза.

Результаты

- Вектор роста $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- Исследована управляемость задачи - глобально управляема.
- Анормальные траектории и анормальное множество
  - $q = \begin{pmatrix} 0 \\ \pm s \\ 0 \\ \pm s^3/6 \end{pmatrix}$
  - Есть нестрого анормальные траектории и только они

Результаты

Гамильтонова система нормального случая в терминах h_i

$$\dot{h}_1 = -h_2 h_3$$
$$\dot{h}_2 = h_1 h_3$$
$$\dot{h}_3 = h_4 h_1$$
$$\dot{h}_4 = 0$$

Результаты

$$\texttt{После ограничения}\ H = h_1^2 + h_2^2$$

$$\dot{\phi} = h_3$$

$$h_4 = a \in \mathbb{R}$$

$$\dot{h_3} = h_4 \cos\phi = a\cos\phi$$

$$\dot{x} = \cos\phi$$

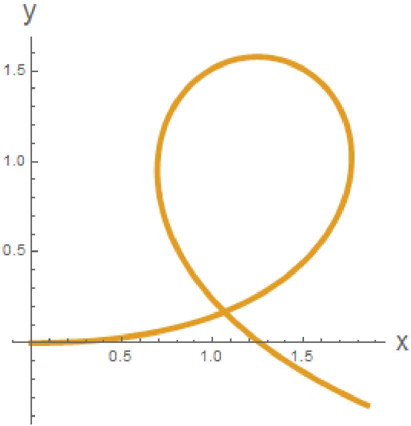
$$\dot{y} = \sin\phi$$

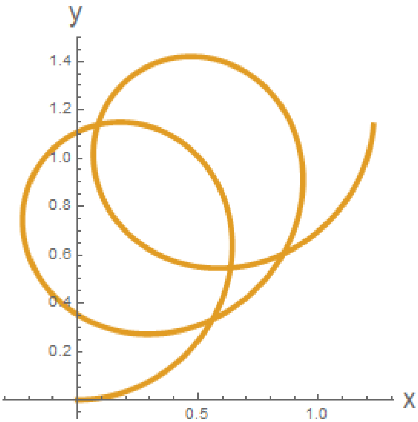
$$\dot{z} = \frac{x\sin\phi - y\cos\phi}{2}$$

$$\dot{t} = \sin\phi\frac{x^2 + y^2}{2}$$

Исходя из этой системы было показано, что система интегруема и проекции на ось xy в точности элластики Эйлера

Эластики Эйлера





Планы

Доисследовать поведение субримановой сферы в сечении плоскостью $x = 0, y = 0$
Исследовать поведение субримановой сферы вне этого сечения.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!