

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

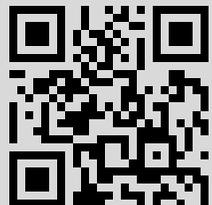
М. Г. Дмитриев, Г. С. Жукова, А. П. Петров, Асимптотический анализ модели “власть-общество” для случая двух устойчивых распределений власти, *Матем. моделирование*, 2004, том 16, номер 5, 23–34

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 95.129.140.250

23 ноября 2015 г., 15:34:07



АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ "ВЛАСТЬ-ОБЩЕСТВО" ДЛЯ СЛУЧАЯ ДВУХ УСТОЙЧИВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЛАСТИ

© М.Г. Дмитриев, Г.С. Жукова, А.П. Петров

Московский государственный социальный университет

Рассмотрена модель "власть-общество" А.П. Михайлова для случая двух устойчивых распределений власти, одно из которых соответствует большему, а другое – меньшему количеству полномочий у властной иерархии. Показано, что в зависимости от начального распределения власти и от параметров системы, распределение власти в иерархии при больших значениях времени может быть близким либо к одному из этих распределений, либо к так называемому контрастному распределению.

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE "AUTHORITY-SOCIETY" MODEL IN CASE OF TWO STABLE AUTHORITY PROFILES

M.G. Dmitriev, G.S. Joukova, A.P. Petrov

Moscow state social university

We consider the "authority-society" model by A.P. Mikhailov. We introduce the generalized approach which supposes the existence of two stable authority profiles. The first profile is related to the hierarchy having a large amount of powers, the second one – a small amount of powers. We have shown that depending on the initial conditions and system parameters the authority profile at large values of time appears to be close to either one of these profiles or the so-called contrast profile.

1. Введение

Рассмотрим модель "власть-общество" А. П. Михайлова, предложенную в [1]-[3] (математическому обоснованию модели посвящена работа [4]). При условии отсутствия команд через голову основное уравнение модели имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa \left(p, \frac{\partial p}{\partial x}, x, t \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + F(p, x, t), \quad \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0. \quad (1.1)$$

Всюду далее будем считать, что $\kappa = \kappa_0 = \text{const} \ll 1$, а функция $F = F(p, x)$ – достаточно гладкая. Обозначим $\kappa_0 = \varepsilon^2$. Имеем

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + F(p, x), \quad \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0. \quad (1.2)$$

В силу малости ε уравнение (1.2) является сингулярно возмущенным. Отметим, что условие $\varepsilon \ll 1$ выполняется, в частности, если властная иерархия – достаточно протяженная.

В [1] показано, что если $F(p, x) = -k_1(p - p_0(x))$ (где $k_1 = \text{const} > 0$, функция $p_0(x)$ – достаточно гладкая), то решение $p = p_0(x)$ стационарного вырожденного по отношению к (1.2) уравнения $F(p, x) = 0$ является устойчивым в том смысле, что решение $p(x, t, \varepsilon)$ задачи (1.2) притягивается к $p_0(x)$ при $t \rightarrow +\infty$, $0 < x < 1$. Таким образом, при достаточно больших

значениях t распределение власти близко к $p_0(x)$. Тем самым функция $p_0(x)$ может трактоваться как некоторое желательное, с точки зрения общества, распределение власти.

Существенным условием указанного результата работы [1] является предположение о единственности оптимального распределения власти. В настоящей работе будет рассмотрен случай существования двух устойчивых распределений власти [6], каждое из которых является (в некотором прикладном смысле) оптимальным. Обозначим их через $\varphi_1(x)$ и $\varphi_3(x)$, причем будем полагать эти функции достаточно гладкими и $\varphi_1(x) < \varphi_3(x)$ при $0 \leq x \leq 1$. Далее будем называть $\varphi_1(x)$ партиципаторным (в социологии партиципаторной демократией принято называть демократическую систему, для которой характерно более активное прямое участие граждан в политическом управлении, в противоположность демократии элит, при которой граждане осуществляют управление через выбранных представителей – депутатов и т.д.) распределением власти, а $\varphi_3(x)$ – распределением сильной руки. Таким образом, общество имеет альтернативу в лице двух различных демократических взглядов на структуру власти. Каждый из этих взглядов может быть представлен определенной политической партией (как правило, европейские левоцентристские партии более склонны защищать идеалы партиципаторной демократии, а правоцентристские – демократии элит). Мы полагаем, что избиратель в своих электоральных предпочтениях ориентируется не только на экономическую программу партии, личности ее лидеров и т.д., но и на рассматриваемый нами аспект: взгляды партии на вопрос о полномочиях властной иерархии. Более того, опыт показывает, что в предвыборной борьбе лозунги типа "укрепить властную вертикаль," "укрепить структуру власти" или "власть должна чаще советоваться с народом" и т.д. зачастую играют более заметную роль, чем соображения чисто экономического характера.

Устойчивость этих распределений связана с тем, что

$$\frac{\partial F}{\partial p}(\varphi_1(x), x) < 0, \quad \frac{\partial F}{\partial p}(\varphi_3(x), x) < 0.$$

(ср. с приведенной выше линейной функцией $F(p, x)$). Ввиду гладкости функции $F(p, x)$ вы рожденное стационарное уравнение $F(p, x) = 0$ имеет корень $\varphi_2(x)$ такой, что (рис.1)

$$\varphi_1(x) < \varphi_2(x) < \varphi_3(x), \quad \frac{\partial F}{\partial p}(\varphi_2(x), x) \geq 0.$$

Потребуем, чтобы $\frac{\partial F}{\partial p}(\varphi_2(x), x) > 0$.

Таким образом, два устойчивых распределения власти $\varphi_1(x)$ и $\varphi_3(x)$ разделены неустойчивым $\varphi_2(x)$. Назовем область $p < \varphi_2(x)$ партиципаторным полем, а область $p > \varphi_2(x)$ – полем сильной руки. Таким образом, функция $\varphi_2(x)$ имеет смысл линии раздела полей. Назовем функцию $h_1(x) = \varphi_2(x) - \varphi_1(x)$ шириной партиципаторного поля, а функцию $h_3(x) = \varphi_3(x) - \varphi_2(x)$ – шириной поля сильной руки. Выполнение неравенства $h_1(x) > h_3(x)$ для любого x означает, что идея партиципаторной демократии имеет более широкую общественную поддержку, чем идея демократии элит, и наоборот. Наиболее содержательными являются случаи, при которых функция $h_1(x) - h_3(x)$ меняет знак на интервале $(0,1)$.

Ниже будут рассмотрены некоторые решения задачи (1.2) и выяснен их содержательный смысл.

2. Формирование структур с внутренними переходными слоями

Если $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = O(\epsilon^0)$, то решение уравнения (1.2) близко к решению вырожденного уравнения

$$\frac{dp}{dt} = F(p, x), \tag{2.1}$$

в котором переменная x является параметром. Пусть при всех значениях x в момент $t=0$ функция $p(x, 0, \epsilon)$ принимает значения в партиципаторном поле. Тогда (рис.2) если $p > \varphi_1(x)$, то в соответствии с уравнением (2.1) будет $dp/dt < 0$, а если $p < \varphi_1(x)$, то $dp/dt > 0$. Таким образом, при достаточно больших значениях t распределение власти будет близким к партиципаторному. Если же при $t=0$ функция $p(x, 0, \epsilon)$ принимает значения в поле сильной руки, то при достаточно больших значениях t распределение власти будет близким к распределению сильной руки.

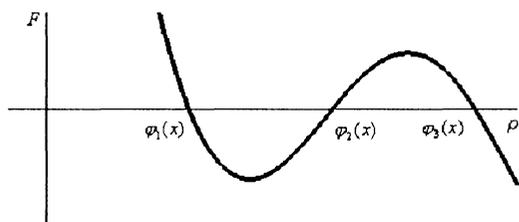


Рис.1.

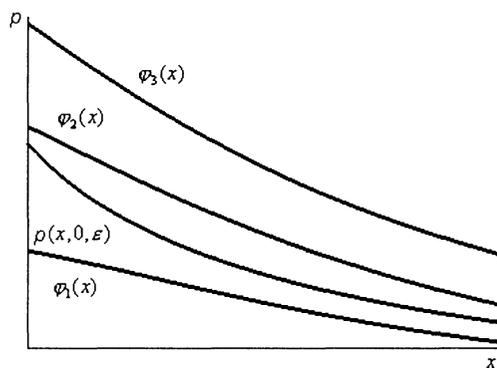


Рис.2.

Рассмотрим теперь случай (рис.3), когда в момент $t=0$ функция $p(x, 0, \epsilon)$ принимает значения в поле сильной руки при $x < \xi$, и в партиципаторном поле при $x > \xi$, где $0 < \xi < 1$. Тогда в соответствии с уравнением (2.1) распределение $p(x, t, \epsilon)$ притянется к распределению сильной руки при $x < \xi$, и к партиципаторному распределению при $x > \xi$ (рис.4). В окрестности точки ξ образуется переходный слой, в котором будет $\partial p / \partial x \gg 1$. Теперь решение уравнения (2.1) не будет описывать даже приближенно решение уравнения (1.2).

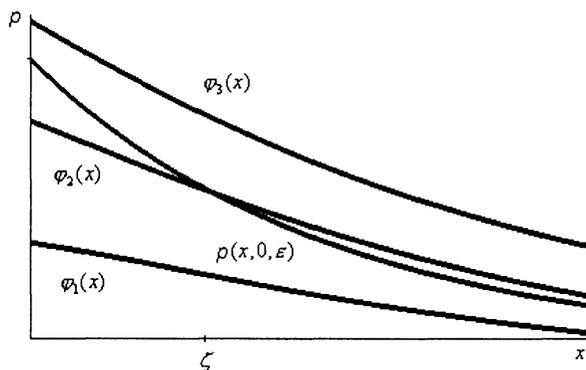


Рис.3.

Решения с внутренними переходными слоями называются контрастными структурами (КС) [7-10]. Следующий раздел настоящей работы посвящен анализу эволюции распределения власти методами теории КС.

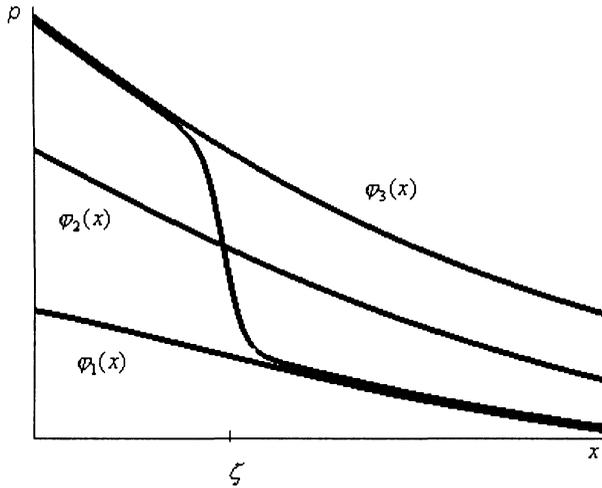


Рис.4.

3. Стационарные контрастные распределения власти

Далее ограничимся рассмотрением случая функции $F(p, x)$, имеющей кубическую нелинейность. Таким образом, рассматривается уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - k_1(x)(p - \varphi_1(x))(p - \varphi_2(x))(p - \varphi_3(x)), \quad (3.1)$$

с краевыми условиями

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=1} = 0. \quad (3.2)$$

Всюду далее потребуем выполнения следующих условий.

Условие 1. Функции $k_1(x)$, $\varphi_i(x), i=1,2,3$ имеют непрерывные производные при $0 \leq x \leq 1$.

Условие 2. Выполняются неравенства $k_1(x) > 0$, $\varphi_1(x) < \varphi_2(x) < \varphi_3(x)$ при $0 \leq x \leq 1$.

Заметим также что, хотя содержательный смысл функций $\varphi_i(x)$ предполагает, что $\varphi_1(x) > 0$, это условие не является необходимым с точки зрения нашего анализа.

Сделаем в (3.1) замену

$$p = u \frac{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)}{2} + \frac{\varphi_3(x) + \varphi_1(x)}{2}. \quad (3.3)$$

Для функции $u(x, t, \varepsilon)$ имеем уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \gamma(x)(u^2 - 1)(u - \varphi(x)) + \varepsilon^2 \frac{\partial u}{\partial x} \Phi_1(x) + \varepsilon^2 \Phi_2(u, x), \quad (3.4)$$

где

$$\gamma(x) = k_1(x) \left(\frac{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)}{2} \right)^2 > 0, \quad \varphi(x) = \frac{2\varphi_2(x) - \varphi_3(x) - \varphi_1(x)}{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)},$$

(заметим, что $-1 < \varphi(x) < 1$),

$$\Phi_1(x) = \frac{2(\varphi_3'(x) - \varphi_1'(x))}{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)}, \quad \Phi_2(u, x) = u \frac{\varphi_3''(x) - \varphi_1''(x)}{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)} + \frac{\varphi_3''(x) + \varphi_1''(x)}{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)}.$$

Краевые условия для функции $u(x, t, \varepsilon)$ имеют вид

$$\left[\varphi_3(0) - \varphi_1(0) \right] \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} + [\varphi_3'(0) - \varphi_1'(0)] u \Big|_{x=0} + \varphi_3'(0) + \varphi_1'(0) = 0, \quad (3.5)$$

$$\left[\varphi_3(1) - \varphi_1(1) \right] \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1} + [\varphi_3'(1) - \varphi_1'(1)] u \Big|_{x=1} + \varphi_3'(1) + \varphi_1'(1) = 0.$$

Рассмотрим стационарное ($\partial/\partial t = 0$) уравнение, соответствующее (3.4):

$$\varepsilon^2 u'' = \gamma(x)(u^2 - 1)(u - \varphi(x)) - \varepsilon^2 \frac{\partial u}{\partial x} \Phi_1(x) - \varepsilon^2 \Phi_2(u, x). \quad (3.6)$$

Методом пограничных функций [7] построим асимптотику решения задачи (3.5), (3.6), принадлежащего к классу КС [8]. Асимптотика первого порядка имеет вид

$$u(x, t, \varepsilon) = \bar{u}_0 + \varepsilon \bar{u}_1(x_1) + \Pi_0 u(\tau) + \varepsilon \Pi_1 u(\tau) + \varepsilon Q u(\tau_0, \tau_1), \quad (3.7)$$

где $\bar{u}_0(x)$, $\bar{u}_1(x)$ – регулярные члены асимптотики, $\Pi_0 u(\tau)$ и $\Pi_1 u(\tau)$ – функции нулевого и первого приближения, описывающие внутренний переходный слой, $\tau = (x - x_*)/\varepsilon$ – растянутая переменная, $x_* = x_*(\varepsilon)$ – точка перехода, в окрестности которой локализован внутренний переходный слой, $Q u(\tau_0, \tau_1)$ – совокупность функций, описывающих пограничные слои в окрестностях точек $x = 0$, $x = 1$; $\tau_0 = x/\varepsilon$, $\tau_1 = (1 - x)/\varepsilon$. Точка перехода имеет асимптотику

$$x_* = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 = \dots \quad (3.8)$$

Применим стандартную процедуру метода пограничных функций [7],[8].

Главный член x_0 асимптотики точки перехода определяется из уравнения

$$\int_{\varphi_1(x_0)}^{\varphi_3(x_0)} f(p, x_0) dp = 0,$$

где

$$f(p, x_0) = \gamma(x) (u^2 - 1) (u - \varphi(x))$$

есть главный по ε член в правой части уравнения (3.6). Вычислив последний интеграл, получаем, что x_0 является решением уравнения

$$\varphi(x_0) = 0. \quad (3.9)$$

Полная функция нулевого приближения $\tilde{u}(\tau) = \bar{u}_0(x_0) + \Pi_0 u(\tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\tilde{u}'' = \gamma(x_0) \tilde{u} (\tilde{u}^2 - 1) \quad (3.10)$$

и краевым условиям

$$\tilde{u}(-\infty) = 1, \quad \tilde{u}(+\infty) = -1. \quad (3.11)$$

Решая задачу (3.10),(3.11), получим

$$\tilde{u} = \frac{1 - \exp\left[\sqrt{2\gamma(x_0)}\tau\right]}{1 + \exp\left[\sqrt{2\gamma(x_0)}\tau\right]}. \quad (3.12)$$

Таким образом, стационарное распределение власти в нулевом по ε приближении имеет вид

$$p_{st}(x, \varepsilon) = \frac{1 - \exp\left[\sqrt{2\gamma(x_0)}(x - x_0)/\varepsilon\right]}{1 + \exp\left[\sqrt{2\gamma(x_0)}(x - x_0)/\varepsilon\right]} \frac{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)}{2} + \frac{\varphi_3(x) + \varphi_1(x)}{2}. \quad (3.13)$$

Распределение власти $p_{st}(x, \varepsilon)$ близко к распределению сильной руки $\varphi_3(x)$ при $0 \leq x < x_0$ и к партиципаторному распределению $\varphi_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$ (рис.5). При этом в окрестности точки x_0 имеем $\partial p / \partial x \cong \varepsilon^{-1}$. Назовем такие распределения власти контрастными.

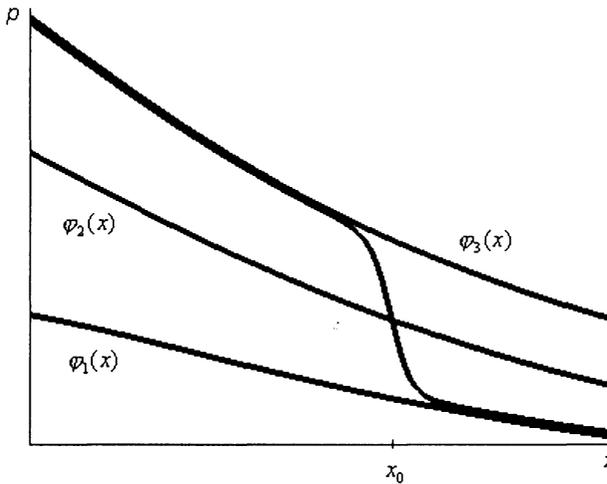


Рис.5.

В терминах задачи (3.1),(3.2) уравнение (3.9) для точки перехода x_0 имеет вид

$$\varphi_2(x_0) = \frac{\varphi_3(x_0) + \varphi_1(x_0)}{2}. \quad (3.14)$$

Уравнение (3.14) имеет следующую трактовку.

Первый закон стационарных контрастных распределений власти. В точке перехода стационарного контрастного распределения власти (СКРВ) ширина партиципаторного поля равна ширине поля сильной руки: $h_1(x_0) = h_3(x_0)$.

Устойчивость по Ляпунову контрастных структур уравнения (3.1) была исследована в работах [9],[10]. В терминах модели "власть-общество" результат об устойчивости выглядит следующим образом.

Второй закон стационарных контрастных распределений власти. СКРВ, близкие к распределению сильной руки на верхних уровнях власти ($p \approx \varphi_3$ при $0 \leq x < x_0$), и к партиципаторному распределению на нижних уровнях власти ($p \approx \varphi_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$) устойчивы, если ширина поля сильной руки больше ширины партиципаторного поля на верхних уровнях власти ($h_3(x) > h_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$), и меньше – на нижних ($h_3(x) < h_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$) – рис.6а. Наоборот, если $h_3(x) < h_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$, и $h_3(x) > h_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$, то СКРВ неустойчиво – рис.6б.

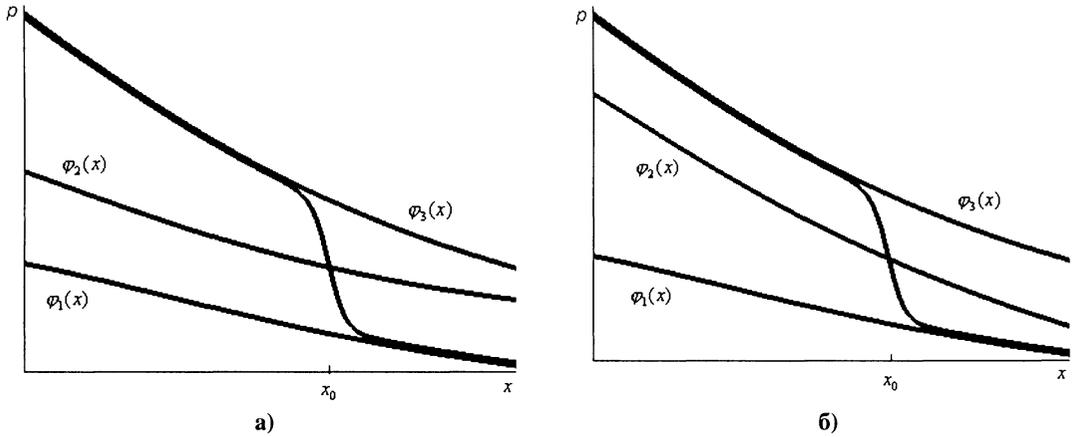


Рис.6.

4. Нестационарные контрастные распределения власти

Вернемся к нестационарному уравнению (3.1). Пусть в соответствии со сценарием, описанным в разделе 2, к некоторому моменту времени $t = t_0$ сформировалась КС с переходным слоем в окрестности точки $x = \xi$ (рис.4). Тогда при $t > t_0$ решение будет принадлежать к классу нестационарных КС [10]: $p \approx \varphi_3(x)$ при $x < R(t, \varepsilon)$ и $p \approx \varphi_1(x)$ при $x > R(t, \varepsilon)$, где точка перехода $R(t, \varepsilon)$ является некоторой функцией времени. Соответствующее распределение власти будем называть нестационарным контрастным распределением власти (НКРВ).

Построим асимптотику НКРВ.

Как в разделе 3, с помощью замены (3.3) перейдем от функции $p(x, t, \varepsilon)$ к функции $u(x, t, \varepsilon)$, и будем рассматривать уравнение (3.4). В [11] было показано, что главный член $\hat{u}(x, t, \varepsilon)$ асимптотики нестационарной КС имеет вид, аналогичный виду главного члена (3.12) асимптотики стационарной КС, а именно

$$\hat{u} = \frac{1 - \exp[\sqrt{2\gamma(R)}(x - R)/\varepsilon]}{1 + \exp[\sqrt{2\gamma(R)}(x - R)/\varepsilon]}, \tag{4.1}$$

где функция $R = R(t, \varepsilon)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{dR}{dt} = -\varepsilon\sqrt{2\gamma(R)}\varphi(R). \tag{4.2}$$

Таким образом, нестационарное распределение власти в нулевом по ε приближении имеет вид

$$p(x, t, \varepsilon) = \frac{1 - \exp[\sqrt{2\gamma(R)}(x - R)/\varepsilon]}{1 + \exp[\sqrt{2\gamma(R)}(x - R)/\varepsilon]} \frac{\varphi_3(x) - \varphi_1(x)}{2} + \frac{\varphi_3(x) + \varphi_1(x)}{2}. \quad (4.3)$$

Распределение власти $p(x, t, \varepsilon)$ близко к распределению сильной руки $\varphi_3(x)$ при $0 \leq x < R$ и к партиципаторному распределению $\varphi_1(x)$ при $R < x \leq 1$. Величина dR/dt представляет собой скорость движения переходного слоя. В терминах модели "власть-общество" выражение для dR/dt имеет вид

$$\frac{dR}{dt} = -\varepsilon \sqrt{k_1(R)/2} [2\varphi_2(R) - \varphi_3(R) - \varphi_1(R)], \quad (4.4)$$

или

$$\frac{dR}{dt} = \varepsilon \sqrt{k_1(R)/2} [h_3(R) - h_1(R)]. \quad (4.5)$$

Рассмотрим теперь некоторые важнейшие случаи применения формулы (4.5).

Построение властной вертикали (1). Пусть поле сильной руки шире партиципаторного поля: $h_3(x) > h_1(x)$ для любого $x \in [0, 1]$, что означает склонность общества к варианту сильной руки. В этом случае СКРВ не существует, так как уравнение (3.14) не имеет решений. После формирования КС в момент времени t_0 она начинает движение (рис.7) в соответствии с формулой (4.5). При этом $dR/dt > 0$, и за время порядка ε^{-1} точка перехода $R(t, \varepsilon)$ доходит до правого конца отрезка $[0, 1]$. Тем самым устанавливается распределение власти, близкое при $x \in [0, 1]$ к распределению сильной руки (рис.8). Этот процесс мы называем построением властной вертикали. Заметим, что в соответствии со сказанным в разделе 2, если в начальный момент времени $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ принимает значения только в партиципаторном поле, то при достаточно больших значениях t распределение власти будет близким к партиципаторному даже при выполнении условия $h_3(x) > h_1(x)$. Для того, чтобы при больших значениях t установилось распределение власти, близкое к распределению сильной руки, необходимо, чтобы в момент времени $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ была гладкой и хотя бы в одной точке интервала $(0, 1)$ принимала значение в поле сильной руки.

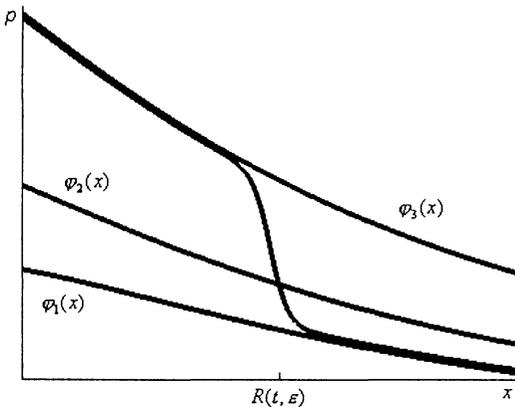


Рис.7.

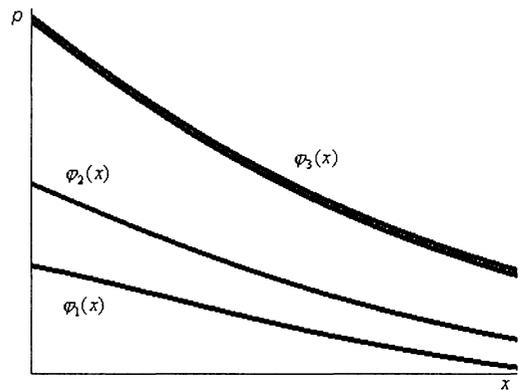


Рис.8.

Установление партиципаторного распределения власти (1). Пусть $h_3(x) < h_1(x)$ для любого $x \in [0,1]$, что означает склонность общества к партиципаторному распределению власти. В этом случае также СКРВ не существует, так как уравнение (3.14) не имеет решений. После формирования КС в момент времени t_0 она начинает движение (рис.9) в соответствии с формулой (4.5). При этом $dR/dt < 0$, и за время порядка ε^{-1} точка перехода $R(t, \varepsilon)$ доходит до левого конца отрезка $[0,1]$. Тем самым устанавливается распределение власти, близкое при $x \in [0,1]$ к партиципаторному распределению (рис.10). Заметим, что в соответствии со сказанным в разделе 2, если в начальный момент времени $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ принимает значения только в поле сильной руки, то при достаточно больших значениях t распределение власти будет близким к распределению сильной руки даже при выполнении условия $h_3(x) < h_1(x)$. Для того, чтобы при больших значениях t установилось распределение власти, близкое к партиципаторному, необходимо, чтобы в момент времени $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ была гладкой и хотя бы в одной точке интервала $(0,1)$ принимала значение в партиципаторном поле.

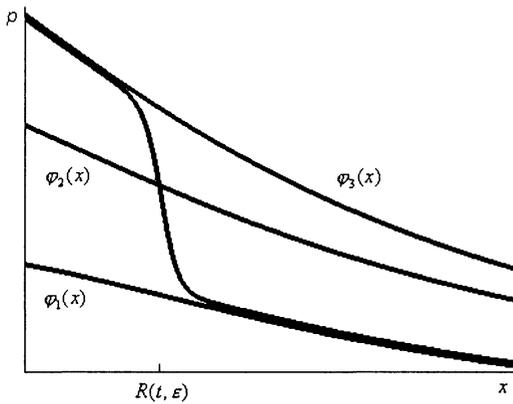


Рис.9.

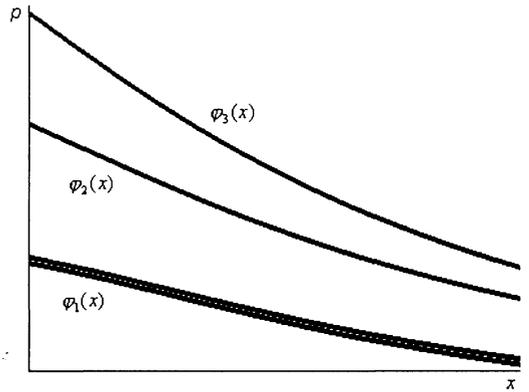


Рис.10.

Установление СКРВ (1). Пусть существует точка $x_0 \in (0,1)$ такая, что $h_1(x_0) = h_3(x_0)$, $h_1(x) < h_3(x)$ при $x < x_0$, и $h_1(x) > h_3(x)$ при $x > x_0$. Тогда существует устойчивое СКРВ с переходом в окрестности точки x_0 . После формирования в момент времени t_0 КС с переходом в точке $x = \xi$ она начинает движение в соответствии с уравнением (4.5), дополненным начальным условием $R(0, \varepsilon) = \xi$. Тогда если $\xi < x_0$, то будет $dR/dt > 0$. Если же $\xi > x_0$, то $dR/dt < 0$. Таким образом, при достаточно больших значениях t точка перехода $R(t, \varepsilon)$ будет находиться в малой по ε окрестности точки x_0 . Тем самым устанавливается СКРВ с переходом в окрестности точки x_0 . Математически строгим обоснованием этого сценария является теорема В. Ф. Бугузова и И. В. Неделько, доказанная в [12]: выполнение ее условий следует из Условий 1,2 настоящей статьи и сделанного нами в разделе 3 предположения относительно начального распределения власти: в момент времени $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ принимает значения в поле сильной руки при $x < \xi$, и в партиципаторном поле при $x > \xi$, где $0 < \xi < 1$.

Построение властной вертикали (2). Пусть существует точка $x_0 \in (0,1)$ такая, что $h_1(x_0) = h_3(x_0)$, $h_1(x) > h_3(x)$ при $x < x_0$, и $h_1(x) < h_3(x)$ при $x > x_0$. Тогда существует неус-

тойчивое СКРВ с переходом в окрестности точки x_0 . Пусть, кроме того, в момент $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ принимает значения в поле сильной руки при $x < \xi$, и в партиципаторном поле при $x > \xi$, где $x_0 < \xi < 1$. Тогда в соответствии с уравнением (2.1) распределение $p(x, t, \varepsilon)$ притянется к распределению сильной руки при $x < \xi$, и к партиципаторному распределению при $x > \xi$. После формирования в момент времени t_0 КС с переходом в точке $x = \xi$ она начинает движение в соответствии с уравнением (4.5), дополненным начальным условием $R(0, \varepsilon) = \xi$. Так как $\xi > x_0$, то $dR/dt > 0$. Таким образом, за время порядка ε^{-1} точка перехода $R(t, \varepsilon)$ доходит до правого конца отрезка $[0, 1]$. Тем самым устанавливается распределение власти, близкое при $x \in [0, 1]$ к распределению сильной руки. Этот процесс мы также назовем построением властной вертикали.

Установление партиципаторного распределения власти (2). Пусть существует точка $x_0 \in (0, 1)$ такая, что $h_1(x_0) = h_3(x_0)$, $h_1(x) > h_3(x)$ при $x < x_0$, и $h_1(x) < h_3(x)$ при $x > x_0$. Тогда существует неустойчивое СКРВ с переходом в окрестности точки x_0 . Пусть, кроме того, в момент $t = 0$ функция $p(x, 0, \varepsilon)$ принимает значения в поле сильной руки при $x < \xi$, и в партиципаторном поле при $x > \xi$, где $0 < \xi < x_0$. Тогда в соответствии с уравнением (2.1) распределение $p(x, t, \varepsilon)$ притянется к распределению сильной руки при $x < \xi$, и к партиципаторному распределению при $x > \xi$. После формирования в момент времени t_0 КС с переходом в точке $x = \xi$ она начинает движение в соответствии с уравнением (4.5), дополненным начальным условием $R(0, \varepsilon) = \xi$. Так как $\xi < x_0$, то $dR/dt < 0$. Таким образом, за время порядка ε^{-1} точка перехода $R(t, \varepsilon)$ доходит до левого конца отрезка $[0, 1]$. Тем самым устанавливается распределение власти, близкое при $x \in [0, 1]$ к партиципаторному.

5. Конфедеративные СКРВ

Всюду выше мы рассматривали СКРВ, близкие к распределению сильной руки при $x < x_0$ и близкие к партиципаторному распределению при $x > x_0$. Только такие СКРВ могут соответствовать последовательному убыванию количества полномочий с понижением уровня инстанции в иерархии. Однако на практике иногда реализуются распределения другого типа – такие, что некоторая (не высшая) инстанция обладает максимальным по всей иерархии количеством полномочий. Например, в конфедеративных государствах формальный глава конфедерации обладает количеством полномочий меньшим, чем главы субъектов конфедерации. Такие ситуации могут описываться конфедеративными СКРВ (рис.11) – решениями, близкими к партиципаторному распределению при $x < x_0$ и близкие к распределению сильной руки при $x > x_0$.

Изложенная выше теория применима к конфедеративным СКРВ с некоторыми поправками.

Формула (3.9) для главного члена асимптотики точки перехода x_0 остается справедливой, таким образом Первый закон стационарных контрастных распределений власти переносится на случай конфедеративных СКРВ без изменений.

Второй закон для конфедеративных стационарных контрастных распределений власти имеет следующий вид: конфедеративные СКРВ, близкие к партиципаторному распределению на верхних уровнях власти ($p \approx \varphi_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$), и к распределению сильной руки на нижних уровнях власти ($p \approx \varphi_3$ при $x_0 < x \leq 1$) устойчивы, если ширина поля сильной руки меньше ширины партиципаторного

поля на верхних уровнях власти ($h_3(x) < h_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$), и больше – на нижних ($h_3(x) > h_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$). Наоборот, если $h_3(x) > h_1(x)$ при $0 \leq x < x_0$, и $h_3(x) < h_1(x)$ при $x_0 < x \leq 1$, то конфедеративное СКРВ неустойчиво.

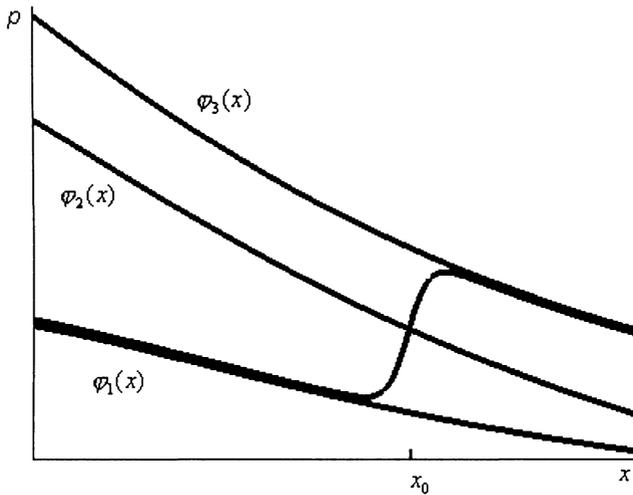


Рис.11.

В формулах (4.4),(4.5) для скорости движения переходного слоя правая часть в случае конфедеративных СКРВ меняет знак. Например, формула (4.5) принимает вид

$$\frac{dR}{dt} = -\varepsilon \sqrt{k_1(R)/2} [h_3(R) - h_1(R)]. \quad (5.1)$$

Конфедеративные СКРВ формируются по следующему сценарию:

Установление СКРВ (2). Пусть существует точка $x_0 \in (0,1)$ такая, что $h_1(x_0) = h_3(x_0)$, $h_1(x) > h_3(x)$ при $x < x_0$, и $h_1(x) < h_3(x)$ при $x > x_0$. Тогда существует устойчивое конфедеративное СКРВ с переходом в окрестности точки x_0 . После формирования в момент времени t_0 КС с переходом в точке $x = \xi$ она начинает движение в соответствии с уравнением (5.1), дополненным начальным условием $R(0, \varepsilon) = \xi$. Тогда если $\xi < x_0$, то будет $dR/dt > 0$. Если же $\xi > x_0$, то $dR/dt < 0$. Таким образом, при достаточно больших значениях t точка перехода $R(t, \varepsilon)$ будет находиться в малой по ε окрестности точки x_0 . Тем самым устанавливается конфедеративное СКРВ с переходом в окрестности точки x_0 .

6. Заключение

Мы рассмотрели модель "власть-общество" А.П. Михайлова для случая двух устойчивых распределений власти. Было показано следующее.

1. При указанных выше условиях в зависимости от начального (в момент времени $t = 0$) распределения власти, и от соотношения между шириной поля сильной руки и партиципаторного поля, распределение власти в иерархии при больших значениях времени t может быть близким либо к распределению сильной руки, либо к партиципаторному, либо к стационарному контрастному распределению власти. Распределение сильной руки характеризуется большим количеством властных полномочий у всех уровней власти, партиципаторное распределение – малым количеством полномочий у всех уровней, контрастное распределение –

большим количеством полномочий у верхних уровней и малым количеством полномочий – у нижних (или наоборот – для конфедеративных СКРВ).

2. Процесс эволюции распределения власти от начального распределения к одному из трех указанных выше распределений состоит, вообще говоря, из двух этапов. Первый этап приближенно описывается уравнением (2.1), его результатом является формирование контрастной структуры. Второй этап состоит в движении контрастной структуры в соответствии с уравнением (4.5). Длительность второго этапа на порядок (по ε) больше длительности первого. Если начальное распределение власти описывается функцией, принимающей значения только в партиципаторном поле только в поле сильной руки, то эволюция состоит только из первого этапа, и ее результатом является соответствующее неконтрастное распределение.

3. Некоторые реально наблюдаемые процессы – такие как, например, построение властной вертикали – могут быть адекватно описаны в рамках рассматриваемой модели.

В заключение заметим, что математические модели, имеющие вид нелинейных параболических уравнений с малым параметром, возникают в прикладных задачах из различных областей – теории фазовых переходов, синергетике, химической кинетике и т.д. В частности, в задаче о распространении крупномасштабных магнитных полей в спиральных галактиках [13] были получены и физически осмыслены решения, подобные тем, которые описывают стационарные и нестационарные контрастные распределения власти в рамках модели "власть-общество".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов А.П. Математическое моделирование власти в иерархических структурах // Матем. моделирование, 1994, т.6, №6, с.108-138.
2. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. – М.: Наука. Физматлит, 2001.
3. Mikhailov A.P. Mathematical modeling of power distribution in state hierarchical structures interacting with civil society// Proc. of 14 IMACS World Congress. Atlanta, USA, 1994, v.2, p.828-830.
4. Клоков Ю. А., Михайлов А.П. Об одной задаче Неймана для интегро-дифференциального уравнения // Дифференциальные уравнения. 1996, т.32, №8, с.1110-1113.
5. Михайлов А.П., Юхно Л.Ф. Простейшая модель установления равновесия между двумя ветвями власти // Математическое моделирование, 2001, т.13, №1, с.65-76
6. Дмитриев М. Г., Петров А. П. Анализ модели "власть-общество" для случая двух устойчивых распределений власти // Математические методы и приложения. Труды девятого математического чтения МГСУ. – М.: 2002, с.150-154.
7. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. – М.: Высшая школа. 1990, 208 с.
8. Бутузов В.Ф., Васильева А.Б. Об асимптотической теории пространственных контрастных структур // Ж. вычисл. матем. и математической физики. 1988, т.28, №3, с. 346-361.
9. Васильева А.Б. Об устойчивости контрастных структур // Матем. моделирование. 1991, т.3, №4, с.114-123.
10. Васильева А.Б., Никитин А.Г., Петров А.П. Асимптотический метод исследования контрастных структур и его приложение к теории гидромагнитного динамо // Матем. моделирование. 1995, т.7, №2, с.61-71.
11. Васильева А.Б., Петров А.П., Плотников А.А. К теории контрастных структур переменного типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1998, т.38, №9, с.1534-1543.
12. Бутузов В.Ф., Неделько И.В. О глобальной области влияния устойчивых решений с внутренними слоями // Матем. сборник. 2001, т.192, №5, с.13-52.
13. Moss D., Petrov A., Sokoloff D. The motion of magnetic fronts in spiral galaxies // Geophysical and Astrophysical fluid Dynamics. v.92, p.129-149.