

Математическое и программное обеспечение задач управления в робототехнике с приложением к машинной графике

Алексей Павлович Маштаков

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

05.13.11 Математическое обеспечение вычислительных машин, комплексов и
компьютерных сетей

05.13.01 Системный анализ, управление и обработка информации

Научный руководитель: д.ф.-м.н., Сачков Юрий Леонидович

Структура доклада

- 1 Обзор диссертации
- 2 Математическое обеспечение задачи об оптимальном качении шара по плоскости
- 3 Алгоритм и пакет программ для приближенного решения двухточечной задачи управления для нелинейных систем с приложением к задачам робототехники
- 4 Программный комплекс для восстановления изображений антропоморфным способом
- 5 Основные результаты

Задачи управления в робототехнике

Мобильные наземные роботы: **колесные, сферические, шагающие, гибридные, специализированные.**

Роботы-манипуляторы

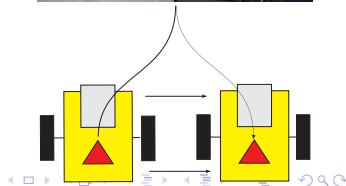
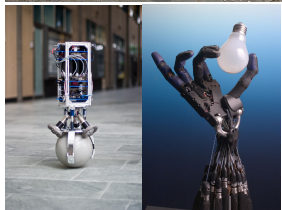
Неголономные системы.

$$\dot{q} = \sum_{i=1}^n u_i(t) X_i(q),$$

$$q(0) = q^0, \quad q(T) = q^1.$$

Оптимальное управление:

$$\int_0^T u_1^2 + \dots + u_n^2 dt \rightarrow \min.$$



Задачи исследования

- 1 Получение асимптотики экстремальных траекторий и первого времени Максвелла в задаче об оптимальном качении сферы по плоскости
- 2 Разработка математических методов, алгоритмов и программ (в том числе параллельных) для приближенного решения двухточечной задачи управления для нелинейных систем
- 3 Разработка алгоритмов и программных средств для обработки и восстановления изображений

Содержание диссертации по главам

- ❶ Введение
- ❷ Математическое обеспечение задачи об оптимальном значении шара по плоскости
- ❸ Алгоритм и пакет программ для приближенного решения двухточечной задачи управления для нелинейных систем с приложением к задачам робототехники
- ❹ Программный комплекс для восстановления изображений антропоморфным способом
- ❺ Заключение: основные результаты диссертации

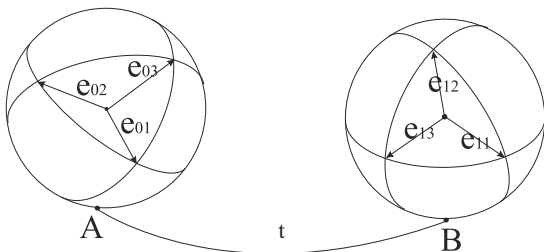
Структура доклада

- 1 Обзор диссертации
- 2 Математическое обеспечение задачи об оптимальном качении шара по плоскости**
- 3 Алгоритм и пакет программ для приближенного решения двухточечной задачи управления для нелинейных систем с приложением к задачам робототехники
- 4 Программный комплекс для восстановления изображений антропоморфным способом
- 5 Основные результаты

Оптимальное качение шара по плоскости без прокручиваний и проскальзываний

Дано: $A, B \in \mathbb{R}^2$, реперы (e_{01}, e_{02}, e_{03}) , (e_{11}, e_{12}, e_{13}) в $\mathbb{R}^3$.

Требуется найти: $\gamma(t) \in \mathbb{R}^2$, $t \in [0, t_1]$, — кратчайшая кривая такая, что $\gamma(0) = A$, $\gamma(t_1) = B$, и при качении вдоль $\gamma(t)$ ориентация сферы переходит из (e_{01}, e_{02}, e_{03}) в (e_{11}, e_{12}, e_{13}) .



Приложения:

- ❶ вращение твердого тела в руке робота-манипулятора
- ❷ управление сферическим роботом

Задача оптимального управления

- Управляемая система: качение шара по плоскости

$$\begin{cases} \dot{x} = u_1, & \dot{y} = u_2, \\ \dot{q}_0 = \frac{1}{2}(q_2 u_1 - q_1 u_2), \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2}(q_3 u_1 + q_0 u_2), \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2}(-q_0 u_1 + q_3 u_2), \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2}(-q_1 u_1 - q_2 u_2), \end{cases} \quad \begin{aligned} Q = (x, y, q) &\in \mathbb{R}^2 \times S^3, \\ (u_1, u_2) &\in \mathbb{R}^2. \end{aligned}$$

- Граничные условия $Q(0) = Q_0, Q(t_1) = Q_1$
- Критерий оптимальности

$$I = \int_0^{t_1} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt = \int_0^{t_1} \sqrt{u_1^2 + u_2^2} dt \rightarrow \min$$

История задачи

1983 Дж. Хаммерсли: постановка задачи.

1986 А. Артурс, Дж. Уолш: интегрируемость гамильтоновой системы ПМП в эллиптических функциях.

1990 З. Ли, Дж. Кэнни: полная управляемость системы.

1993 В. Джурджевич:

- проекции экстремальных кривых $(x(t), y(t))$ — эластики Эйлера,
- описание различных типов экстремальных траекторий,
- дифференциальные уравнения изменения углов Эйлера вдоль экстремальных траекторий.

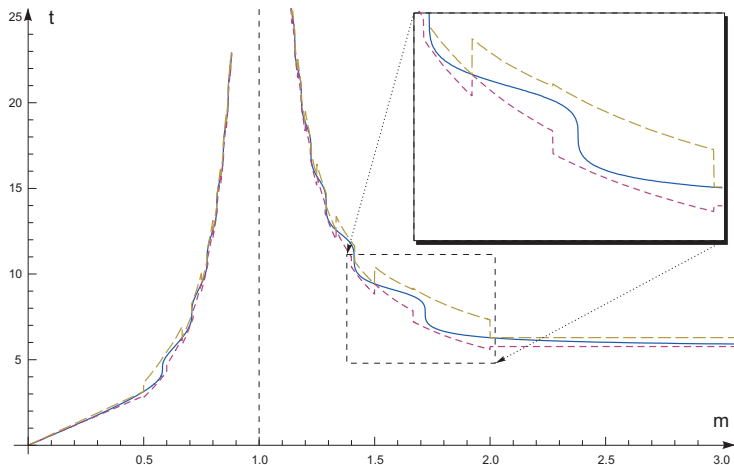
2006 Ю.Л. Сачков:

- явные формулы для экстремальных траекторий,
- непрерывные и дискретные симметрии,
- неподвижные точки симметрий (точки Максвелла),
- необходимые условия оптимальности

Новые результаты

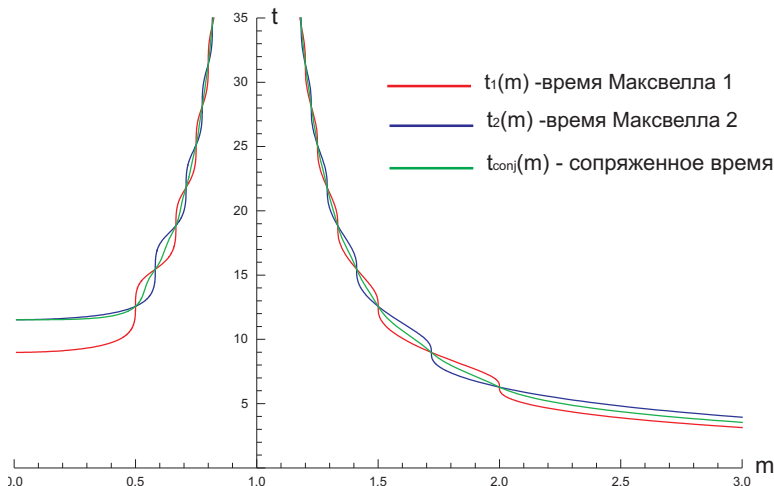
- Асимптотика экстремальных траекторий
 - (x, y) — синусоида малой амплитуды
 - асимптотика кватерниона (тригонометрические функции разных частот)
- Асимптотика первых времен Максвелла $t_1(m)$ и $t_2(m)$
 - двусторонние оценки
 - свойства монотонности, непрерывности и дифференцируемости
- Верхняя оценка времени разреза
- Численное исследование сопряженного времени

График времени Максвелла $t_2(m)$



- двусторонние оценки
- вертикальные касательные — быстрое изменение времени Максвелла

Времена Максвелла и сопряженное время



- t_{conj} — время потери локальной оптимальности
- $t_{conj} \in [t_1, t_2]$

Структура доклада

- 1 Обзор диссертации
- 2 Математическое обеспечение задачи об оптимальном качении шара по плоскости
- 3 Алгоритм и пакет программ для приближенного решения двухточечной задачи управления для нелинейных систем с приложением к задачам робототехники**
- 4 Программный комплекс для восстановления изображений антропоморфным способом
- 5 Основные результаты

Конструктивная задача управления нелинейными пятимерными системами с приложением к задачам робототехники

- Состояние и управления:

$$Q \in M \sim \mathbb{R}^5, \quad (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$$

- Управляемая система:

$$\dot{Q} = u_1(t)X_1(Q) + u_2(t)X_2(Q)$$

- Граничные условия

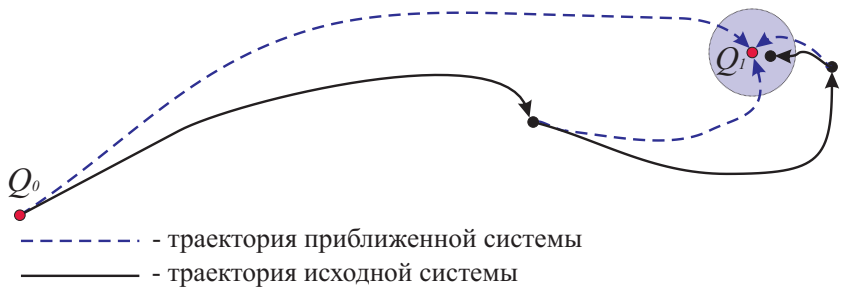
$$Q(0) = Q_0, \quad \text{dist}(Q(t_1), Q_1) < \varepsilon$$

- Приложения:

- 1 качение твердых тел
- 2 движение мобильного робота с двумя прицепами

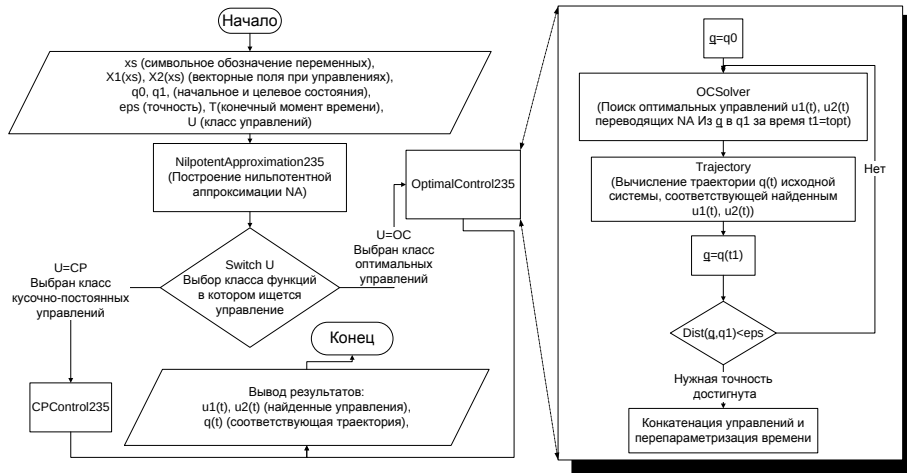
Решение конструктивной задачи управления

- Итерационный алгоритм поиска приближенного решения:



- Структура ПК MotionPlanning:
 - 1 модуль построения нильпотентной аппроксимации,
 - 2 модуль решения задачи в классе кусочно-постоянных управлений,
 - 3 модуль решения задачи в классе оптимальных управлений,
 - 4 дополнительные функции

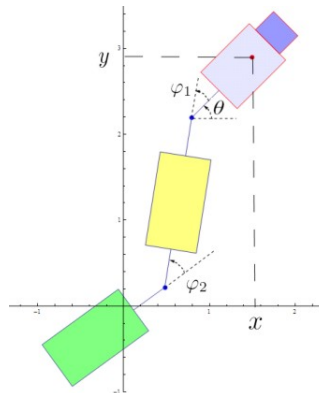
Программный комплекс MotionPlanning



Приложения в робототехнике

- задача о качении поверхностей (вращение твердого тела в руке робота-манипулятора, сферический робот)
- задача о перемещении мобильного робота с двумя прицепами

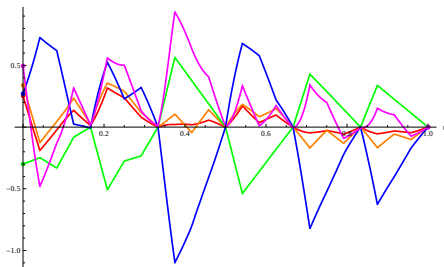
$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = \cos \theta \, u_1, \\ \dot{y} = \sin \theta \, u_1, \\ \dot{\theta} = u_2, \\ \dot{\phi}_1 = -\sin \phi_1 \, u_1 + \\ \quad + (-1 - \cos \phi_1) \, u_2, \\ \dot{\phi}_2 = (\sin(\phi_1 - \phi_2) + \sin \phi_1) \, u_1 + \\ \quad + (\cos(\phi_1 - \phi_2) + \cos \phi_1) \, u_2, \end{array} \right.$$



Результат работы ПК MotionPlanning

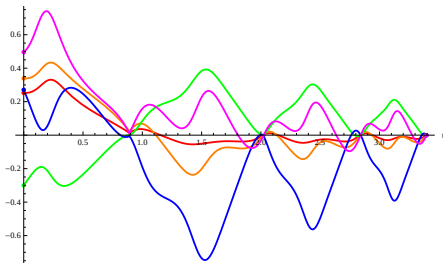
Перемещение мобильного робота из $Q_0 = (0, 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4})$ в $Q_1 = (-0.252, -0.339, 1.085, 0.514, -1.281)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$

Модуль PCControl
(кусочно-постоянные
управления)



6 итераций

Модуль OptimalControl
(оптимальные управления)



4 итерации

Анимация машины с двумя прицепами

Машина с двумя прицепами (Видео)

Анимация качения шара по плоскости

Качение шара плоскости(Видео)

Структура доклада

- 1 Обзор диссертации
- 2 Математическое обеспечение задачи об оптимальном качении шара по плоскости
- 3 Алгоритм и пакет программ для приближенного решения двухточечной задачи управления для нелинейных систем с приложением к задачам робототехники
- 4 Программный комплекс для восстановления изображений антропоморфным способом**
- 5 Основные результаты

Задача об оптимальном перемещении мобильного робота по плоскости

$$\dot{x} = u_1 \cos \theta, \quad \dot{y} = u_1 \sin \theta,$$

$$\dot{\theta} = u_2, \quad u = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2,$$

$$q = (x, y, \theta) \in M = \mathbb{R}_{x,y}^2 \times S_\theta^1,$$

$$q(0) = q_0 = (0, 0, 0),$$

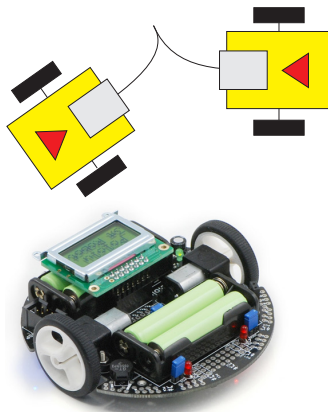
$$q(t_1) = q_1 = (x_1, y_1, \theta_1),$$

$$I = \int_0^{t_1} \sqrt{u_1^2 + \alpha^2 u_2^2} dt \rightarrow \min.$$

Сачков Ю.Л.: Сведение к системе алгебраических уравнений.

**Программная реализация
оптимального синтеза.**

Алексей Павлович Маштаков



Приложение к машинной
графике.

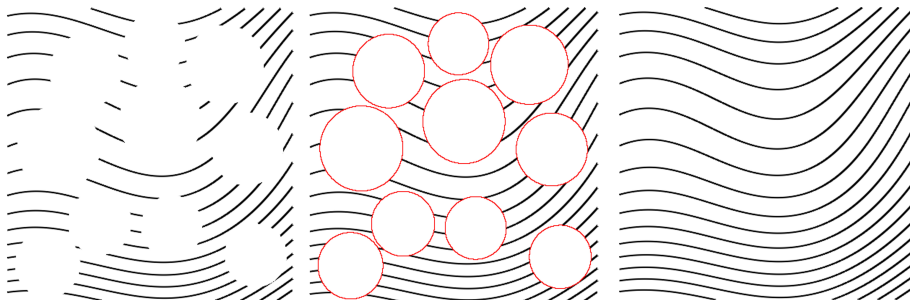
Восстановление поврежденного контура естественным для человека способом

- Нейрогеометрия зрения:
 - Petitot J., The neurogeometry of pinwheels as a sub-Riemannian contact structure, Journal of Physiology - Paris 97, 2003, pp 265-309.
 - Petitot J., Neurogeometrie de la vision. Modeles mathematiques et physiques des architectures fonctionelles, Ecole Polytechnique, 2008, 419 p.
- Вариационный принцип: восстанавливаемая дуга должна иметь минимальную длину в пространстве (x, y, θ)
- Задача оптимального управления мобильным роботом.
 - Sachkov Yu. L. Cut locus and optimal synthesis in the sub-Riemannian problem on the group of motions of a plane, ESAIM: COCV 17, 2011, pp. 293-321.

Задача восстановления поврежденного изображения антропоморфным способом

Дано: Поврежденное бинарное или полутоновое изображение, представляющее портрет линий уровня (яркости) некоторой функции двух переменных $F(x, y)$.

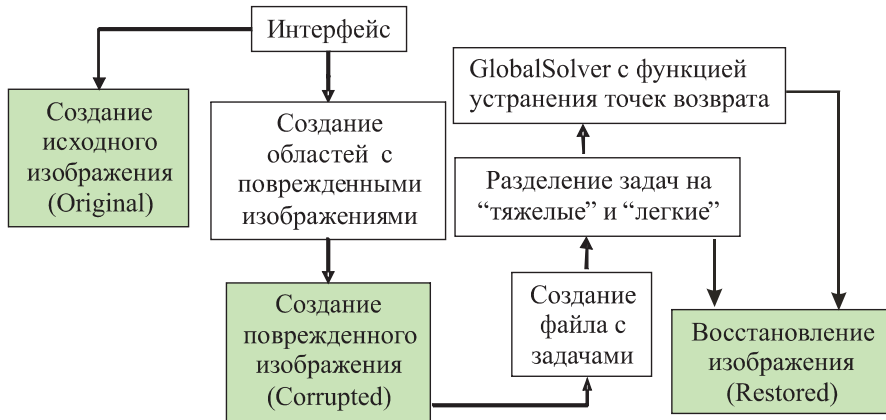
Требуется: Восстановить изображение антропоморфным (естественным для человека) способом.



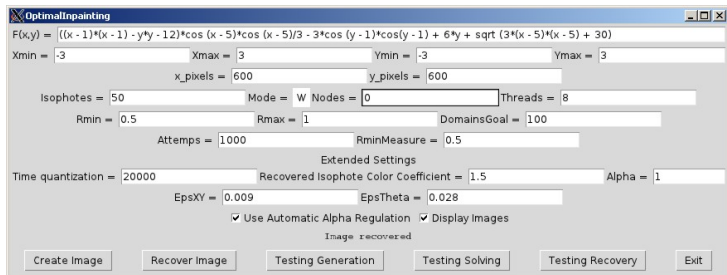
Программный комплекс OptimalInpainting

- Моделирование работы с бинарными и полутоновыми изображениями:
 - создание изображения по аналитическим данным, определенным пользователем,
 - порождение повреждений с параметрами, определяемыми пользователем,
 - восстановление изофот на изображениях в последовательном или параллельном режимах.
- Ядро написано на языке C++ (с использованием библиотек libgomp, libgsl, libpng), интерфейс - на языке tcl/tk.
- ПК установлен на кластере blade.botik.ru (ИПС им. А.К. Айламазяна РАН, г. Переславль-Залесский).

Логическая структура ПК OptimalInpainting



Интерфейс ПК OptimalInpainting

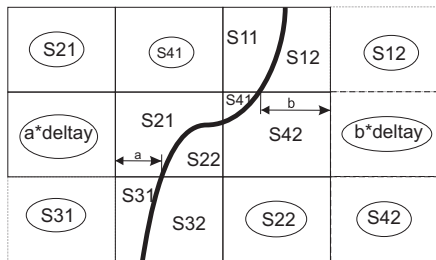


Входные данные:

- задающие исходное изображение
- определяющие процесс вычисления и форму восстанавливающей изофоты
- задающие повреждение исходного изображения
- расширенные настройки

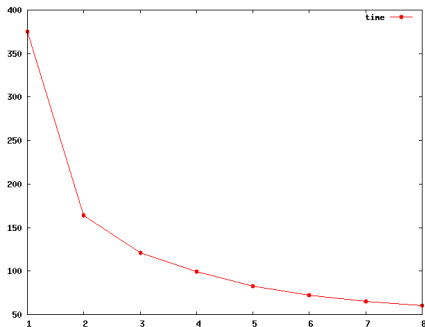
Параллельный модуль CreateOriginal для создания исходного изображения

- алгоритм построения растрового изображения линий уровня функции $F(x, y)$ (в бинарном или полутоновом режимах)
- реализация на языке C++ (с использованием libpng, libgomp)
- алгоритм сглаживания растрового изображения портрета линий уровня (для бинарных изображений)

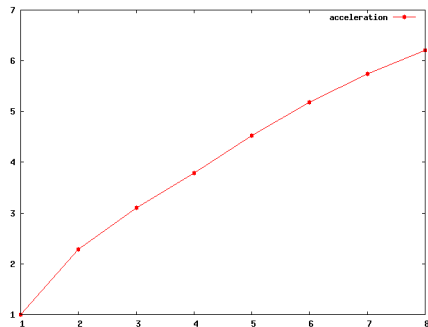


Эффективность распараллеливания

- значительное ускорение на многоядерных процессорах за счет увеличения числа потоков



Время vs Число потоков



Ускорение vs Число потоков

Модуль GlobalSolver определения параметров восстанавливающих изофот

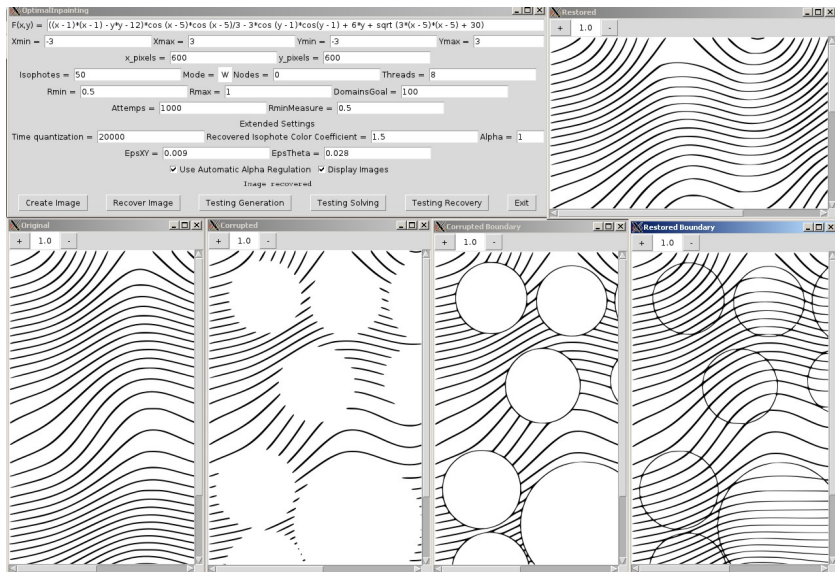
- алгоритм численного решения системы уравнений (построения оптимального синтеза в задаче оптимального управления мобильным роботом)
- программная реализация на языке C++ (с использованием libgsl)
- использование эвристик

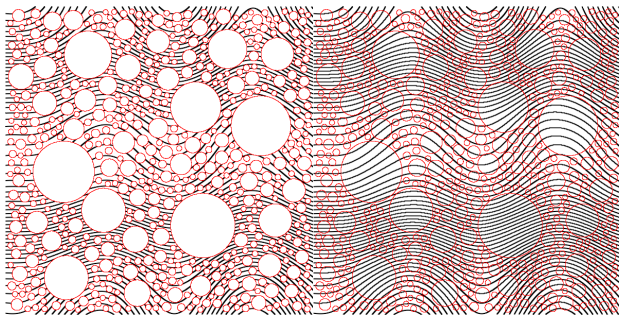
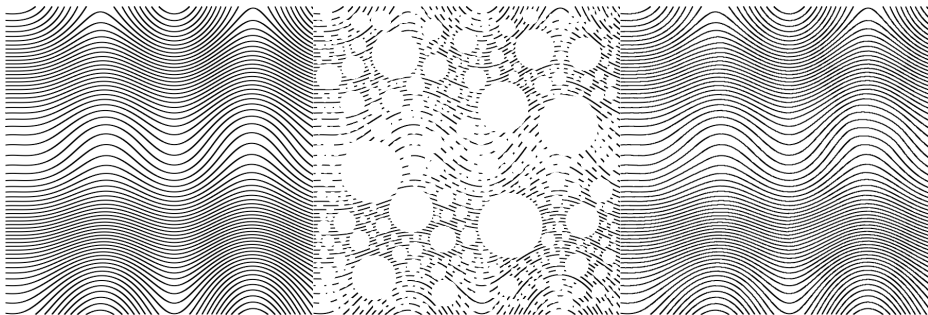
Модули CreateCorrupted и CreateRestored

создания поврежденного и восстановленного изображения

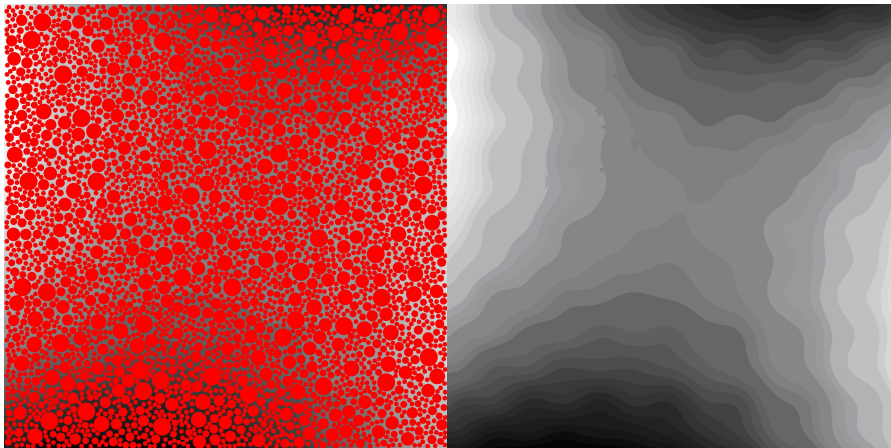
- порождение поврежденных областей
- сопоставление граничных точек поврежденных контуров
- создание восстановленного растрового изображения (с использованием libgomp, libpng)
- сглаживание восстановленных изофот

Результат работы комплекса OptimalInpainting





Восстановление изображения в оттенках серого



Структура доклада

- 1 Обзор диссертации
- 2 Математическое обеспечение задачи об оптимальном качении шара по плоскости
- 3 Алгоритм и пакет программ для приближенного решения двухточечной задачи управления для нелинейных систем с приложением к задачам робототехники
- 4 Программный комплекс для восстановления изображений антропоморфным способом
- 5 Основные результаты

Основные результаты работы

- 1 Описание асимптотики экстремальных траекторий и первого времени Максвелла в задаче об оптимальном качении шара по плоскости
- 2 Пакет MotionPlanning программ для приближенного решения двухточечной задачи управления нелинейными пятимерными системами с приложением к задачам робототехники
- 3 ПК OptimalInpainting для восстановления поврежденных изображений

Список публикаций в журналах из списка ВАК

- 1 А.П. Маштаков, Асимптотика экстремальных кривых в задаче о качении шара по плоскости. Современная математика. Фундаментальные направления, Том 42 (2011). С. 158–165.
- 2 А.П. Маштаков, Ю.Л. Сачков, Экстремальные траектории и точки Максвелла в задаче об оптимальном качении сферы по плоскости. Мат. сборник , 2011, 202:9, 97–120.
- 3 А.П. Маштаков. Параллельный программный комплекс решения неголономных задач управления. Программные продукты и системы, 2012, No.1.
- 4 Ю.Л.Сачков, А.А.Ардентов, В.М.Касимов, А.П.Маштаков. Восстановление изображений на основе вариационного принципа. Программные продукты и системы, 2009, No.4, 126–127.

Всего по теме диссертации 7 публикаций.

Апробация работы (1)

- ❶ Международная конференция по математической теории управления и механике, Суздаль, 2009.
- ❷ Молодежная конференция «Теория управления: новые методы и приложения», Переславль, 2009.
- ❸ Workshop on Nonlinear Control and Singularities, Toulon, 2010.
- ❹ Семинар по теории управления под рук. проф. Филиппа Жуана, Университет г. Руан, 2010.
- ❺ Международная конференция по математической теории управления и механике, Суздаль, 2011.
- ❻ Международная конференция «Управление и оптимизация неавтономных систем», Переславль, 2011.

Апробация работы (2)

- 7 Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2011» (награжден грамотой за лучший доклад), Москва.
- 8 Третья традиционная всероссийская молодежная летняя школа «Управление, информация и оптимизация» (награжден дипломом в номинации «Замечательный доклад»), пос. Ярополец, 2011.
- 9 5 проектов РФФИ, 2005-2011.
- 10 свидетельство №2010614762 о государственной регистрации программы OptimalInpainting для ЭВМ, 2010.

Спасибо за внимание